Histoire des équations de Newton. Un demi-siècle d'incompréhension.

Alain Albouy, albouy@imcce.fr
IMCCE, 77, av. Denfert-Rochereau, 75014 Paris
12/2003

Introduction. En quelques axiomes et propositions rédigés au début de ses *Principia*, Newton fournit en 1687 les clefs d'une théorie dont l'efficacité a bouleversé notre regard sur le monde. La comparaison avec les travaux antérieurs ou peu postérieurs fait apparaître les principales difficultés qu'il a surmontées. Il a dû essentiellement (i) renoncer à rechercher le "mécanisme" de la gravitation, (ii) clarifier la relation $f = m\dot{v}$, (iii) comprendre que toute masse de l'univers attire et est attirée et (iv) que la force f responsable décroît comme l'inverse du carré de la distance, (v) établir enfin qu'une sphère homogène attire comme son centre.

Lagrange (1736–1813) et Truesdell (1919–2000) ont insisté sur la curieuse histoire de (ii), sur laquelle nous revenons ici. Cette relation est restée incomprise durant plus d'un demi-siècle. On peut même préciser cette affirmation, ce qui la rend plus surprenante encore. Ce n'est pas l'aspect *différentiel* de $f = m\dot{v}$ qui a posé problème, mais son aspect *vectoriel*. Newton comprenait à sa façon cet aspect mais s'est très mal expliqué. Il faudra attendre, selon Lagrange, Maclaurin en 1742 pour les premiers éclaircissements, que Truesdell de son côté attribue à Euler en 1747, et à quelques autres auteurs.

1. Enoncé des lois de Newton

On enseigne au lycée l'équation de Newton $\vec{f} = m\vec{\gamma}$ où $\vec{f}$ est la force, m la masse, $\vec{\gamma} = \dot{\vec{v}}$ l'accélération, dérivée par rapport au temps de la vitesse, elle-même dérivée de la position. On enseigne en même temps les trois relations scalaires $f_x = m\dot{v}_x$, $f_y = m\dot{v}_y$, $f_z = m\dot{v}_z$, qui traduisent commodément, dans un repère fixe, la relation vectorielle.

En mots, on peut exprimer l'idée ainsi : *une loi de la dynamique définit le mouvement d'un corps en explicitant la dérivée seconde vectorielle de sa position par rapport au temps.* J'omets volontairement le mot "force", considérant, avec d'Alembert, que la force est *par définition* le premier membre de l'équation de Newton.

Comparons à l'énoncé des deux premiers "axiomes ou lois du mouvement", tirés de la traduction par la Marquise du Châtelet de la troisième édition des *Principia.* Je précise que l'essentiel du matériel des *Principia* que je discute se trouve aussi dans le manuscrit préliminaire *de motu corporum in gyrum*, achevé en 1684. On se rapportera à l'édition française de ce texte par François de Gandt.

Loi 1. Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.

Loi 2. Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice, et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

Le lecteur moderne *reconnaît* immédiatement sa loi, s'il remplace "le mouvement" par "la quantité de mouvement". Pourtant une comparaison à notre énoncé plus haut fait apparaître : (1) l'absence du mot "temps" associé à "changement" ; (2) la possibilité de changements "brutaux", dus à des chocs ; (3) l'insuffisance des explicitations "vectorielles". Nous obtiendrons des informations pertinentes dans les Définitions.

Définition 2. La quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse.

Définition 8. La quantité motrice de la force centripète est proportionnelle au mouvement qu'elle produit dans un temps donné.

Nos objections (1) et (2) trouvent une réponse. Le mot "force centripète" dans la Définition 8 est un peu restrictif, mais si nous le remplaçons par "force à distance", donc force "non brutale", nous sommes tout à fait satisfaits.

Mais notre objection (3) subsiste. Quand Newton écrit les mots "force", "mouvement", "vitesse" ou "quantité", pense-t-il à des vecteurs ou à des scalaires ?

2. Les vecteurs et les Principia

L'équation $\vec{f} = m\dot{\vec{v}}$ est une relation différentielle vectorielle. *A l'époque de Newton, son aspect différentiel est beaucoup mieux compris que son aspect vectoriel.* Quelques savants savent écrire, nous le verrons, la relation dans le cas particulier d'un mouvement rectiligne. Ceci montre qu'ils ont compris l'aspect "équation différentielle du second ordre". Le problème du passage aux mouvements plans ou tridimensionnels est appelé problème de la *composition* des mouvements.

Newton se représente les forces à peu près comme nous nous les représentons, comme des vecteurs, c'est-à-dire des bipoints ou des segments. Il introduit même des petites flèches, reliées au vecteur accélération. Citons Costabel : "... chez Newton l'image de cette arme qui porte le nom d'arc et qui a puissance d'action par la corde qui sous-tend. [...] Dans la manière dont un corps mobile décline de la ligne droite il faut considérer la flèche (sagitta) d'un arc ...". Newton définit rigoureusement (au Corollaire 4) la flèche de l'arc ABC comme la moitié de la diagonale BV ci-dessous.

Corollaire 2 (Proposition 1). Si on fait un parallélogramme $ABCV$ sur les cordes AB et BC de deux arcs successivement parcourus par le même corps en des temps égaux dans des espaces non résistants, et que la diagonale BV de ce parallélogramme ait la même position que celle qu'elle a à la fin, lorsque ces arcs diminuent infiniment, cette diagonale prolongée passera par le centre de forces."

Il manque peu de choses pour faire du remarquable Corollaire 2 une variante de la relation vectorielle $\vec{f} = m\dot{\vec{v}}$; tel quel il revient à énoncer le parallélisme de $\vec{f}$ et de $\vec{\gamma}$. Ailleurs, on voit Newton *additionner* les vecteurs :

Corollaire 2 (Loi 3). D'où l'on voit qu'une force directe AD est composée des forces obliques quelconques AB et BD, et réciproquement qu'elle peut toujours se résoudre dans les forces obliques quelconques AB et BD. Cette résolution et cette composition des forces se trouve confirmée à tout moment dans la mécanique.

L'addition géométrique des vecteurs que constitue le "parallélogramme des forces" remonte aux considérations de mécanique d'Aristote (voir l'Histoire de Dugas, II, 6, §4) et de Stévin, et on considère Newton comme un clarificateur (Mach, I-III, II-III-10).

Il reste que la Définition 8 peut être interprétée soit de manière moderne, comme une relation vectorielle, soit comme une relation scalaire, de deux façons : en pensant que les mots "force" et "[quantité de] mouvement" comme les mesures scalaires des vecteurs, ou en pensant que l'énoncé concerne le mouvement rectiligne, destiné à être "composé" par la suite. *Ces ambiguïtés de lecture sont constantes dans les* Principia. Relisons la Loi 2. Si la relation est vectorielle, pourquoi rajouter "et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée"? Cela suggère qu'on doit penser à un vecteur comme à une direction et une longueur. Mais alors les changements de mouvement sont les changements de la longueur de la quantité de mouvement, et la loi est fausse. On a à vrai dire encore une quatrième possibilité de lecture : penser systématiquement le corps initialement au repos, ce qui est possible avec un bon choix de référentiel. L'énoncé suivant fait manifestement ce choix.

Corollaire 1 (Loi 3). Un corps poussé par deux forces parcourt, par leurs actions réunies, la diagonale d'un parallélogramme dans le même temps dans lequel il aurait parcouru ses côtés séparément.

Les "parcours" peuvent donc s'ajouter comme des vecteurs. Ensemble les Corollaires 1 et 2 ci-dessus se rapprochent du développement de Taylor vectoriel de la position $\vec{q}_t = (t^2/2)\vec{f}_0 + \cdots$, lui-même proche de la relation $\vec{f} = m\ddot{\vec{q}}$.

Mais un premier pas pour autoriser une lecture "vectorielle" de la Définition 8, qui donnerait $\vec{f} = m\dot{\vec{v}}$, serait d'expliquer que les intermédiaires "vitesse" et "quantité de mouvement" sont des vecteurs. Je n'ai trouvé que des occasions manquées de le faire*. Par exemple la Loi 1 ne dit pas : cela équivaut à "quantité de mouvement constante". Je cite dans cet ordre d'idées un passage de la preuve du Corollaire 3, Loi 3.

"Si les corps n'étaient pas sphériques, ou se mouvant suivant diverses lignes droites, ils vinssent à se choquer obliquement, pour trouver leur mouvement après la réflexion ; il faudra commencer par connaître la situation du plan qui touche tous les corps choquants au point de concours. Ensuite (par le Cor. 2) on décomposera le mouvement de chaque corps en deux mouvements, l'un perpendiculaire et l'autre parallèle à ce plan tangent ; et comme les corps n'agissent les uns sur les autres que selon la ligne perpendiculaire au plan tangent, les mouvements parallèles seront les mêmes après et avant la réflexion ; et les mouvements perpendiculaires éprouveront des changements égaux vers les côtés opposés ; en sorte que la somme des mouvements conspirants et la différence des mouvements opposés resteront toujours les mêmes qu'auparavant."

Newton maîtrise à sa façon les situations vectorielles, mais ce qu'il donne au lecteur est une série de

* Je suis donc en désaccord avec, par exemple, Bochner : "... it was the Isaac Newton of the *Principia* who posited that, in his mechanics, velocity, acceleration, momentum, and force should be vectors, thus creating the notion of vector in the process." Mais je suis d'accord avec Truesdell, que je citerai au §6.

conséquences particulières de son intuition, sans synthèse, notation, représentation graphique ou terminologie cohérente.

3. Un demi-siècle de piétinements

En 1740, personne n'avait encore déduit des Principia *l'équation de Newton sous sa forme "cartésienne"* $f_x = m\dot{v}_x$, $f_y = m\dot{v}_y$, $f_z = m\dot{v}_z$. Cette constatation à peine croyable se trouve dans la "Mécanique Analytique" de Lagrange :

"C'est ainsi qu'on a trouvé les formules connues des forces tangentielles et des forces normales, dont on s'est servi longtemps pour résoudre les problèmes sur le mouvement des corps animés par des forces données. La *Mécanique* d'Euler, qui a paru en 1736, et qu'on doit regarder comme le premier grand Ouvrage où l'Analyse ait été appliquée à la science du mouvement, est encore toute fondée sur ces formules ; mais on les a presque abandonnées depuis, parce qu'on a trouvé une manière plus simple d'exprimer l'effet des forces accélératrices sur le mouvement des corps.

Elle consiste à rapporter le mouvement du corps et les forces qui le sollicitent à des directions fixes dans l'espace. Alors, en employant, pour déterminer le lieu du corps dans l'espace, trois coordonnées rectangles qui aient ces mêmes directions, les variations de ces coordonnées représenteront évidemment les espaces parcourus par le corps suivant les directions de ces coordonnées ; par conséquent, leurs différentielles secondes, divisées par le carré de la différentielle constante du temps, exprimeront les forces accélératrices qui doivent agir suivant ces mêmes coordonnées ; ainsi, en égalant ces expressions à celles des forces données par la nature du problème, on aura trois équations semblables qui serviront à déterminer toutes les circonstances du mouvement. Cette manière d'établir les équations du mouvement d'un corps animé par des forces quelconques en le réduisant à des mouvements rectilignes est, par sa simplicité, préférable à toutes les autres ; elle aurait dû se présenter d'abord, mais il paraît que Maclaurin est le premier qui l'ait employée dans son *Traité des fluxions*, qui a paru, en anglais, en 1742 ; elle est maintenant universellement adoptée."

4. L'incompréhension vient d'une analyse incorrecte de la structure

De nombreux travaux d'histoire ont été consacrés à la réception des *Principia*. Je propose une grille de lecture originale. Pour me faire comprendre, je réagis au texte suivant, du mathématicien Salomon Bochner (1899–1982) :

"... l'espace euclidien sur lequel reposent les *Principia* n'est mathématiquement pas tout-à-fait identique à l'espace euclidien sur lequel reposent les mathématiques (et de la physique) grecques, de Thalès à Apollonius. La géométrie des Grecs a insisté sur les congruences et les similitudes entre les figures, c'est-à-dire, dans le langage analytique, sur les transformations orthogonales et homothétiques de l'espace fondamental ... L'espace euclidien des *Principia* était encore tout cela, mais il était aussi quelque chose de nouveau, quelque chose de plus. Plusieurs entités physiques significatives des *Principia*, à savoir, vitesses, moments et forces, sont, du point de vue des structures mathématiques, des vecteurs, c'est-à-dire les éléments d'un champ de vecteurs, et de la composition et de la décomposition vectorielle de ces entités forment un des arrangements les plus secrets de la théorie entière."

L'idée formulée par Bochner, qu'il y a quelque chose en plus dans l'espace euclidien de Newton, est pour moi incompréhensible. Il est beaucoup plus efficace de penser un moment qu'il y a quelque chose en moins, que cet espace n'est pas euclidien, qu'il est seulement affine. Cette idée un peu abstraite "d'oubli de structure", qui suscite encore aujourd'hui bien des répugnances, est un guide fort efficace. Elle limite d'un coup le nombre de constructions possibles. Le parallélogramme devient le quadrilatère le plus remarquable et l'addition des vecteurs se distingue parmi la multitude des constructions de la géométrie Euclidienne.

On renonce donc, pour parvenir aux énoncés simples, à distinguer les similitudes parmi les transformations linéaires générales. On s'abstient consciemment de faire référence aux longueurs, angles, normales, projections orthogonales, cercles osculateurs.

Le texte de Lagrange suit presque ces recommandations : on peut encore lui reprocher le mot "rectangle", inutile à ce point de la discussion. Quand la forme de la force aura été introduite, il est probable qu'elle fera intervenir une forme euclidienne. Alors seulement le mot rectangle prendra son sens.

5. L'absence de $\vec{f} = m\dot{\vec{v}}$ chez Leibniz, Varignon, Hermann et Bernoulli

Nous nous limitons, nous l'avons dit, au matériel du début du livre de Newton, mais nous tirons la même conclusion que Truesdell, à la page 9 de son "Programme", dont l'ambition plus générale englobe l'histoire de la mécanique des milieux continus : "Comme nous le verrons, une partie importante de la littérature en mécanique durant les soixante ans qui suivent les *Principia* recherche divers principes visant à trouver les équations du mouvement pour les systèmes que Newton a étudiés et pour d'autres systèmes qu'on dit aujourd'hui gouvernés par les équations de Newton."

Une réaction fort intéressante aux *Principia* parut en 1689 dans les "Acta Eruditorum". Leibniz (1646–1716) imagine des planètes se mouvant dans un éther mobile qui agit sur elles. L'éther a une "circulation harmonique" : ses particules tournent dans le plan uniformément sur des cercles, dans le même sens, avec une vitesse proportionnelle à $1/r$, inverse de la distance au centre. Les planètes s'accordent ainsi avec ce mouvement : leur vitesse est somme d'une vitesse radiale de mesure algébrique $\dot{r}$ et d'une vitesse orthogonale de mesure $r\dot{\theta}$ *égale à la vitesse de l'éther.* La vitesse orthogonale est donc en $1/r$, si bien que $C = r^2\dot{\theta}$ est constante. La loi des aires est respectée. La variation de r, mouvement que Leibniz nomme "paracentrique", est régie par la loi $\ddot{r} = f$, où f est somme d'une "sollicitation gravitationnelle" en $-1/r^2$ et d'une force centrifuge en $r\dot{\theta}^2 = C^2/r^3$.

Une objection à l'élégant modèle de Leibniz, c'est qu'il faudrait un éther par planète. Une autre, qui intéresse notre propos, fut exprimée par Huygens, dans une lettre du 9 février 1690 : "Je voudrais bien savoir si depuis vous n'avez rien changé à votre Théorie, parce que vous y faites entrer les Tourbillons de Mr. des Cartes, qui à mon avis sont superflus, si on admet le Système de Mr. Newton, où le mouvement des Planètes s'explique par la Pesanteur vers le Soleil et la *vis centrifuga*, qui se contrebalancent."

Dans un projet de réponse à Huygens la même année, on lit un énoncé qui me paraît nouveau : "Car la circulation harmonique seule a cela de propre que le corps qui circule ainsi, garde precisement la force de sa direction ou impression precedente tout comme s'il estoit mû dans le vuide par la seule impetuosite jointe à la pesanteur." Leibniz justifie ensuite cette idée, et cela me paraît démontrer un progrès dans sa compréhension des *Principia*, précisément dans ses aspects vectoriels.

A quel point le *Tentamen* est inspiré des *Principia* est une des questions débattues par Bertoloni Meli. Ce qui nous intéresse est de savoir ce que Leibniz a le plus mal compris. Nous voyons qu'il n'a pas su passer du $f = m\dot{v}$ paracentrique au $\vec{f} = m\dot{\vec{v}}$, puisqu'il a eu besoin d'un mécanisme pour expliquer le mouvement angulaire et la loi des aires. *L'idée claire de cette relation semble brouillée par la volonté de* composer *un mouvement paracentrique et un mouvement circulaire*, au lieu de décomposer suivant des axes fixes.

Varignon (1654–1722) a réagi aux *Principia* dès la fin du 17ème siècle. On consultera les dernières pages de l'ouvrage de Michel Blay. Il a clairement écrit l'équation $f_x = m\dot{v}_x$ pour la dynamique rectiligne. Il est ensuite passé aux mouvements plans, mais pas en ajoutant simplement l'équation $f_y = m\dot{v}_y$.

Jacob Hermann (1678–1733) donne en 1710, dans une lettre à Bernoulli, une démonstration de son ignorance du principe $f_x = m\dot{v}_x$, $f_y = m\dot{v}_y$. Il déduit $f_x = m\dot{v}_x$ sous une forme compliquée, au lieu de la poser en principe sous sa forme simple. Il ne voit pas $f_y = m\dot{v}_y$, qui aurait été fort utile à son ingénieux exposé, qui donne une méthode remarquable pour déduire les sections coniques de la loi de force centripète newtonienne (Hermann obtient l'expression de la coordonnée en x du vecteur excentricité). Dans son texte x et y sont les coordonnées d'un point mobile autour du Soleil placé à l'origine.

"Cela fait, soient $SI = x$, $IC = y$: l'on aura $SC = \sqrt{xx + yy}$, BH ou $CG = dx$, CH ou $EG = dy$; & conséquemment KG ou $DF = -ddx$, $EF = -ddy$; ce qui donnera le double du triangle BSC ou $CSD = ydx - xdy$, que je suppose constant: de sorte que les triangles (*Constr.*) semblables EDF, CSI, rendront $ED = \frac{-ddx\sqrt{xx+yy}}{x}$."

"Presentement puisque le triangle BSC est (*hyp.*) constant, l'on aura DE en raison de la force centripete au point C, c'est-à-dire, en raison de $\frac{1}{xx+yy}$, ou en raison de $\frac{\overline{ydx-xdy}^2}{xx+yy}$: d'où résulte cette équation differentio-differentielle $-addx = \frac{x\times\overline{ydx-xdy}^2}{\overline{xx+yy}\times\sqrt{xx+yy}} = \overline{ydx - xdy} \times \frac{xydx-xxdy}{\overline{xx+yy}\times\sqrt{xx+yy}}$,"

Après division par dt^2, on reconnaît l'équation $-a\ddot{x} = xC^2r^{-3}$. Niccolò Guicciardini m'a montré que la référence d'Hermann est la Proposition 6 des *Principia*, et non les Lois ou les Définitions.

Jean Bernoulli (1677–1748) répond à la lettre d'Hermann en détaillant une de ses insuffisances. Il affirme qu'il manque une constante d'intégration, et corrige la lacune. En fait cette constante est nulle d'après une hypothèse sur l'axe de symétrie de la courbe (mais l'existence de cet axe n'est pas justifiée). Bernoulli montre par le peu de pertinence de ses réactions qu'il partage l'ignorance d'Hermann.

On a montré au §4 un défaut des géomètres qui les a éloignés de l'équation $\vec{f} = m\dot{\vec{v}}$. L'absence du temps dans les formules d'Hermann en illustre un autre : la tendance à tout rapporter à un paramètre lisible sur la courbe, plutôt que le temps (voir les hésitations de Galilée décrites par Mach, p. 123, no 3).

6. Les éclaircissements de Maclaurin (1698–1746) et Euler (1707–1783)

Commençons encore par citer Truesdell, p. 17, analysant la *Mécanique* d'Euler (1736) : "Troisièmement, le concept de *vecteur* ou "quantité géométrique", une grandeur dirigée, est compris comme n'appartenant pas seulement à la force statique, ce pourquoi il était familier, mais aussi à la vitesse, l'accélération, et d'autres quantités." Truesdell distingue encore Jean Bernoulli et d'Alembert mais ignore l'affirmation de Lagrange en omettant Maclaurin. Ce dernier publia en 1742 son très influent "Treatise of Fluxions". Vers la fin, Livre 2, Chap.V, §884, on y lit :

"If the curve FM be described by powers directed in any manner whatsoever, and the force at any point M, resulting from the composition of these powers, act in the direction MK, and be measured by MK; let MK be resolved into the force MO in the direction of the ordinates MP ($= y$) and the force OK parallel to the base AP ($= x$) then, the time being supposed to flow uniformly, or the velocity at M being represented by the fluxion of the curve FM, the force MO will be measured by $\ddot{y}$, and the force OK by $\ddot{x}$, by art. 465 and 466. But we insisted on this, and its use, in Book I. *chap.* XI. article 465, &c."

Les choses sont dites clairement, mais on peut trouver que le message est noyé dans le grand livre. Euler revient sur la même idée avec plus de force en 1747 :

"Enfin, suivant ma méthode, je ne suis pas obligé d'avoir égard à la courbure de la ligne, que le corps décrit, et par ce moyen j'évite quantité de recherches pénibles, surtout quand le mouvement du corps ne se fait point dans le même plan. [...] Cela posé, prenant l'élément du tems dt pour constant, le changement instantané du mouvement du Corps sera exprimé par ces trois équations:

$$\text{I.}\quad \frac{2ddx}{dt^2} = \frac{X}{M}\,, \qquad \text{II.}\quad \frac{2ddy}{dt^2} = \frac{Y}{M}\,, \qquad \text{III.}\quad \frac{2ddz}{dt^2} = \frac{Z}{M}$$

d'où l'on pourra tirer pour chaque tems écoulé t les valeurs x, y, z, et par conséquent l'endroit où le Corps se trouvera."

Ce n'est qu'après la "découverte" de Maclaurin que les sciences physiques vont vraiment dépasser le contenu des *Principia*. La forme "vectorielle" de l'équation de Newton, quant-à-elle, n'apparaîtra qu'à la fin du 19ème siècle. Maxwell, dans son "Matter and Motion" de 1877, reprend pour les étudiants le texte de Newton en expliquant auparavant ce que sont les vecteurs et où ils apparaissent. Gibbs écrit en 1901, encore pour les étudiants, l'équation $\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{A} = f(r)$ dans son "Vector Analysis".

7. Les dynamiques des Anciens, de Galilée et d'Huygens

Newton ne s'attribue pas les trois lois de ses *Principia* (mais la Définition 8 lui est plus personnelle). Le Scholie précise "Par ces mêmes lois Sir Christopher Wren, Dr. J. Wallis, et M. Christiaan Huygens, qui sont sans contredit les premiers géomètres des derniers temps, ont découvert, chacun de leur côté, les lois du choc et de la réflexion des corps durs". Nous rassemblons ici quelques textes (beaucoup tirés du livre de Michel Blay), qui illustrent l'histoire des idées que nous avons discutées. Il faudrait aussi citer Kepler, Hooke et bien d'autres...

Lucrèce (env. 98–55) : "En ce domaine je brûle encore de t'apprendre ceci : les corps emportés à travers le vide, droit vers le bas, par leur propre poids, en un temps incertain, en des lieux incertains, sont détournés un peu ; juste assez pour qu'on puisse dire que leur mouvement est modifié."

Plutarque (env. 50–125) : "Mais la Lune est assurée de ne pas tomber de par son mouvement même et de par le balancement de sa révolution, de la même façon que les objets placés dans les frondes ne tombent pas grâce au mouvement giratoire. En effet toute chose est emportée dans son mouvement naturel à moins d'être détournée par autre chose. Ainsi la Lune n'est pas emportée par son poids, parce que sa tendance naturelle est contrariée par la révolution." (cf. Heath, p. 170)

Galilée (1564–1642) : "J'imagine qu'un mobile a été lancé sur un plan horizontal d'où l'on a écarté tout obstacle ; il est déjà certain, d'après ce qu'on a dit ailleurs plus longuement, que son mouvement se poursuivra uniformément et éternellement sur ce même plan, pourvu qu'on le prolonge à l'infini."

"Un projectile qu'entraîne un mouvement composé d'un mouvement horizontal uniforme et d'un mouvement naturellement accéléré vers le bas, décrit au cours de son déplacement une trajectoire semi-parabolique."

Huygens (1629–1695) est un clarificateur de la "composition des mouvements". On lit dans son Horologium Oscillatorium (1673) :

"I. Si la gravité n'existait pas et qu'aucune résistance d'air ne s'opposait au mouvement des corps, chacun d'eux continuerait son mouvement avec une vitesse uniforme en suivant une ligne droite.

II. Mais maintenant il arrive par l'action de la gravité, de quelque cause qu'elle provienne, que les corps se meuvent d'un mouvement composé de leur mouvement uniforme dans une direction quelconque et de celui de haut en bas qui est dû à la gravité.

III. On peut considérer ces deux mouvements séparément et l'un n'est pas empêché par l'autre."

Il a aussi réagi aux *Principia* dans une addition à son "Discours de la cause de la pesanteur", paru en 1690 à la suite de son "Traité de la lumière". Il avait fait aux Epicuriens (dont Lucrèce) le reproche de ne pas chercher le mécanisme de la gravitation. L'ayant lui-même cherché, il se trouve en désaccord avec la loi de gravitation universelle de Newton. Mais il passe outre, et exprime son admiration pour cette idée. Il reste muet sur les trois lois. Tout laisse penser que ce silence signifie un parfait accord.

Remerciements à A. Chenciner, F. Diacu, N. Guicciardini, L. Nadolski et C. Velpry pour de stimulantes discussions.

Compléments de lecture en Français

M. Blay, *Les "Principia" de Newton*, Presses Universitaires de France (1995)

I. Newton, *De la gravitation. Du mouvement des corps*, édition de M.F. Biarnais et F. De Gandt

Références Bibliographiques

J. d'Alembert, *Traité de dynamique*, Seconde édition (1758) §22 Gauthier-Villars, Paris (1921)

D. Bertoloni Meli, *Equivalence and Priority. Newton Versus Leibniz. Including Leibniz's Unpublished Manuscripts on the* Principia, Oxford University Press (1993)

S. Bochner, *The Role of Mathematics in the Rise of Mechanics*, American Scientist 50 (1962) pp. 294–311 (p. 301 citée par Crowe, p. 127), *The Role of Mathematics in the Rise of Science*, Princeton University Press (1966), p. 191 et p. 230

P. Costabel, *Courbure et Dynamique. Jean I Bernoulli correcteur de Huygens et de Newton.* Studia leibnitiana 17, sonderheft (1987) p. 14

M.J. Crowe, *A History of Vector Analysis*, Dover, New York (1967)

R. Dugas, *Histoire de la mécanique*, éditions du Griffon, Neuchâtel (1950) réimpression Gabay, Paris (1996), Dover (1988) pour l'édition anglaise

R. Dugas, *La mécanique au XVII^{e} siècle*, éditions du Griffon, Neuchâtel (1950)

L. Euler, *Recherches sur le mouvement des corps célestes en général*, Mémoires de l'académie des sciences de Berlin, 3 (1747) pp. 93–143, Opera omnia, II 25, p. 6, *Découverte d'un nouveau principe de mécanique*, ibid. 6 (1750) pp. 185–217, Opera II 5, pp. 81–108

J.W. Gibbs, *Vector Analysis* (1901, 1909) Dover (1960)

N. Guicciardini, *Johann Bernoulli, John Keill and the Inverse Problem of Central Forces*, Annals of Science 52 (1995) pp. 537–575, cf. p. 551

J. Herman & J. Bernoulli, *Extrait d'une Lettre & Extrait de la Réponse*, Histoires de L'Académie Royale des Sciences avec les Mémoires de Mathématique et Physique, Paris, (1710) pp. 102–103 et 519–544; reprint 1713 Amsterdam, pp. 682–703; œuvres de Johann Bernoulli, Lausanneae et Genevae, vol. I, p. 470

T. Heath, *Greek Astronomy* (1932) Dover (1991)

C. Huygens, *Œuvres complètes*, t. IX, p. 368, lettre à Leibniz citée par Dugas, *La mécanique ...* p. 494

C. Huygens, *Traité de la lumière*, Leide (1690), édition de Michel Blay, Dunod, Paris (1992)

J.L. Lagrange, *Mécanique analytique*, (1788) quatrième édition, tome second, œuvres vol. 11 (1888) p. 243

Lucrèce, *De la nature. De rerum natura.* Edition de J. Kany-Turpin, GF Flammarion (1997), p. 126

G.W. Leibniz, *Tentamen de Motuum Coelestium causis*, Acta Eruditorum (1689) pp. 82–96, Mathematische Schriften, 6 (1860) Olms, Hildesheim (1971) pp. 144–161 (traduit en anglais dans Bertoloni Meli)

E. Mach, *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement,*, Hermann, Paris (1904), réimpression Gabay, Paris (1987)

C. Mac Laurin, *Treatise of Fluxions*, Edinburgh (1742), *Traité des fluxions*, trad. R.P. Pezenas, Paris (1749)

J.C. Maxwell, *Matter and Motion* (1877), Dover (1991)

I. Newton, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*, (1687–1713–1726) trad. de la Marquise du Chastellet augmentée des Commentaires de Clairaut (1756) réimp. Blanchard (1966) réimp. Gabay (1990)

C. Truesdell, *A Program toward Rediscovering the Rational Mechanics of the Age of Reason*, Archives for the History of Exact Sciences, 1 (1960), pp. 3–36, *Essays in the History of Mechanics*, Springer-Verlag (1968)