Les calendriers.

P. ROCHER, © INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE ET DE CALCUL DES ÉPHÉMÉRIDES – OBSERVATOIRE DE PARIS

Introduction

Depuis la plus haute antiquité, les hommes ont utilisé les cycles astronomiques pour se repérer dans le temps. La succession du jour et de la nuit (le nycthémère) a donné la notion de jour, le retour de la même phase de la Lune a donné le mois lunaire et le retour des saisons, lié à la position du Soleil, a donné l'année solaire.

À partir de ces périodes on peut construire différents types de calendrier qui suivront, plus ou moins bien, le cycle lunaire ou le cycle solaire et parfois les deux. Un calendrier suivant le cycle lunaire s'appelle un calendrier lunaire, un calendrier suivant le cycle des saisons s'appelle un calendrier solaire et enfin un calendrier suivant les cycles des saisons et de la lune s'appelle un calendrier luni-solaire. Il existe des calendriers qui ne suivent aucun cycle astronomique ou qui dérivent fortement par rapport à un cycle astronomique, ces calendriers portent parfois le nom de calendrier vague.

Avant toute chose il faut donner une définition au terme calendrier. Un mathématicien vous dirait qu'un calendrier est un ensemble ordonné de date, la date étant une structure unique qui permet de définir un jour. On a donc une bijection entre l'ensemble des jours et l'ensemble des dates d'un calendrier. Dans la plupart des calendriers cette structure est formée du numéro du jour en cours, du numéro du mois en cours et du numéro de l'année en cours. Cette définition introduit la notion d'ordre et de dénombrement. Or on numérote les objets à partir de un, il n'y a donc pas de jour zéro, de mois zéro, d'année zéro et de siècle zéro. Cela implique également que la date ne désigne pas une durée. Pour calculer une durée il faut faire la différence entre deux dates.

La définition de la date dans notre calendrier, le calendrier grégorien, a fait l'objet d'une normalisation par les organismes internationaux. Voici la définition «officielle de la date » issue de la norme ISO 8601 1998 publiée par l'AFNOR (indice de classement Z69-200), paragraphe 5.2.1 :

« Dans les expressions de dates du calendrier,
le jour du mois (jour du calendrier) est représenté par deux chiffres. Le premier jour d'un mois quelconque est représenté par (01) et les jours suivants du même mois sont numérotés par ordre croissant ;
le mois est représenté par deux chiffres. Janvier est représenté par (01) et les mois suivants sont numérotés par ordre croissant ;
l'année est généralement représentée par quatre chiffres ; les années sont numérotées par ordre croissant à partir de l'an (0001). »

Enfin, il est bon de remarquer que dans le calendrier grégorien, comme dans de nombreux autres calendriers, les mois et les années n'ont pas tous le même nombre de jour. Il est donc fortement déconseillé d'utiliser le mois et l'année comme unité de temps, à moins de préciser explicitement la longueur fixe attribuée au mois ou à l'année. Ainsi, en France, le mois de la sécurité sociale vaut, en général, 28 jours et le mois de prison est de 30 jours. De même les astronomes comptent en années juliennes de 365,25 jours ou en siècles juliens de 36525 jours.

Les différents types de calendriers.

À partir des cycles astronomiques on peut construire plusieurs types de calendriers :

Les calendriers d'observations : Ils sont basés sur l'observation réelle d'un phénomène astronomique comme la visibilité du premier croissant de Lune ou l'instant de l'équinoxe ou du solstice. Ce type de calendrier a l'avantage de ne pas faire usage du calcul mais il possède plusieurs inconvénients : il est forcément local et dépend des conditions d'observations et surtout il ne permet pas de se projeter dans l'avenir. De nos jours, seul le calendrier hégirien est un calendrier lunaire d'observation basé sur la visibilité du premier croissant de Lune.

Les calendriers perpétuels : Ils sont basés sur les périodes moyennes de la lunaison ou de l'année solaire, ils se calculent à l'aide d'un formulaire mathématique plus ou moins complexe. Ils ont l'avantage d'être relativement facile à construire et ils ne dérivent pas en moyenne par rapport aux phénomènes vrais, mais sont toujours plus ou moins en avance ou en retard par rapport à eux. La plus part des calendriers sont des calendriers perpétuels.

Les calendriers astronomiques vrais : Ils sont construits à l'aide des théories planétaires et lunaire, ils reposent sur le calcul des phénomènes vrais pour un lieu donné, ils sont donc en accord avec la réalité pour le lieu considéré, mais dépendent de la précision des théories utilisées. Ils ont l'inconvénient majeur, en raison de la complexité des théories, de dépendre d'un organisme particulier calculant les éphémérides. Actuellement les calendriers traditionnels indiens et chinois sont des calendriers astronomiques vrais.

L'évolution des calendriers suit généralement ces trois aspects, dans un premier temps on observe le phénomène, puis on essaie de retrouver le phénomène à l'aide du mouvement moyen des corps et enfin, si on le désire, on utilise le mouvement vrai des corps.

De nos jours de nombreux pays utilisent plusieurs calendriers. Le calendrier grégorien, même s'il n'est pas reconnu officiellement par une petite minorité de pays est devenu incontournable pour les relations commerciales internationales.

Les périodes de révolutions utilisées pour construire les calendriers.

Nous allons maintenant passer en revue les différentes périodes utilisées pour la construction des calendriers.

Le jour

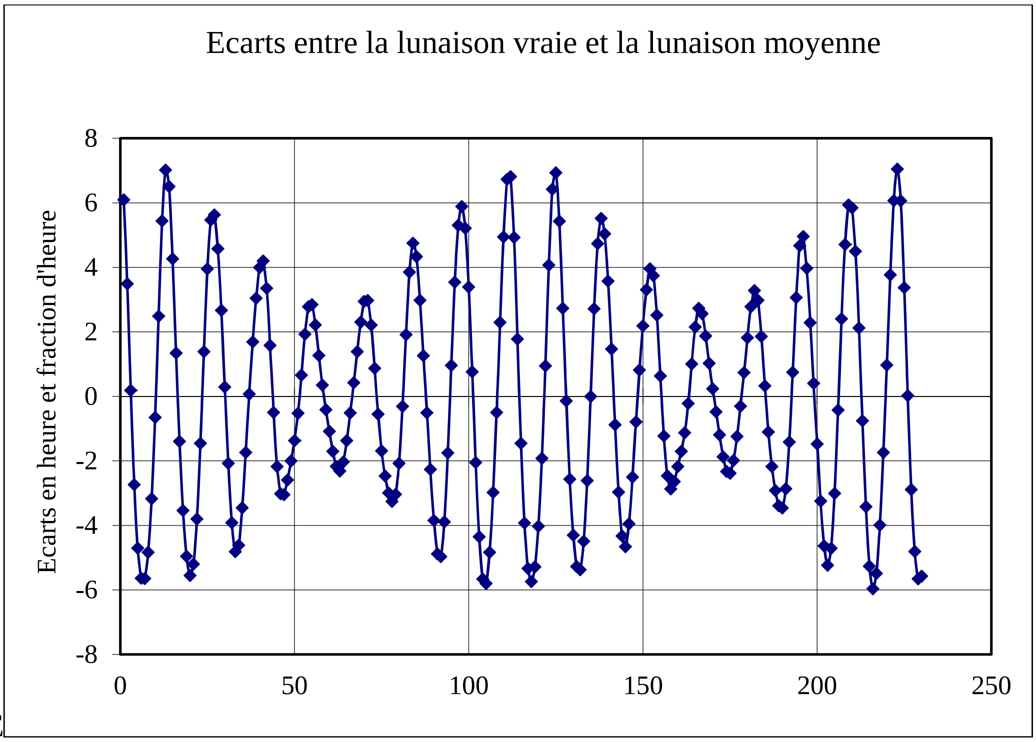
Le jour désigne en général le jour civil, il est défini comme une période de 86400 secondes de temps, la seconde étant définie par les physiciens (temps atomique). L'usage actuel dans le calendrier grégorien est de changer de jour à minuit heure locale. Cette pratique confère au calendrier un aspect local en raison des décalages horaires entre pays et impose la définition et l'utilisation d'une ligne de changement de date. De plus en raison des changements d'heures légales en période d'été dans certains pays, tous les jours de l'année n'ont pas tous 24 heures, on compte un jour de 23h (passage à l'heure d'été), un jour de 25 heures (passage à l'heure d'hiver) et parfois pour toute la planète un jour de 86401 secondes lorsque l'on ajuste le temps universel cordonné (UTC) sur le temps atomique (TAI).

Suivant les coutumes locales ou les religions, on peut également changer de jour, le soir au coucher du Soleil (les Hébreux, les Juifs, les Chinois, les anciens Grecs, les Romains les Musulmans et les Italiens jusqu'au XIX^{e} siècle) ou le matin à son lever (les Chaldéens, les Égyptiens, les Perses, les Syriens, les Grecs modernes). On peut également, comme l'on fait les anciens Arabes et les astronomes dans le passé, changer de jour à l'instant où le Soleil passe au méridien du lieu (midi solaire). Si l'on utilise ces définitions du jour, basées sur le mouvement diurne du Soleil, la durée du jour n'est pas constante. Dans le cas du passage au méridien elle varie de quelques secondes seulement en raison de l'équation du temps, par contre dans le cas des levers et couchers du Soleil elle peut présenter de plus gros écarts en fonction des variations de l'inclinaison de l'écliptique sur l'horizon local.

La lunaison ou mois lunaire ou la révolution synodique.

La révolution synodique est le temps que met la Lune pour revenir à une même phase, le mouvement étant mesuré depuis le centre de la Terre dans le repère lié à l'écliptique. C'est donc le mouvement en longitude et non en ascension droite qui sert à définir la lunaison. Dans les calendriers lunaires, les deux phases choisies sont en général la pleine Lune ou la nouvelle Lune.

On distingue deux types de révolution synodique, la révolution synodique moyenne « L_m » qui est la période de révolution liée à la différence des longitudes moyennes de la Lune et du Soleil et la révolution synodique vraie « L_v » qui est la période séparant deux nouvelles Lunes ou deux pleines Lunes consécutives. La révolution synodique vraie, varie d'une lunaison à l'autre et d'une phase à l'autre. La révolution synodique moyenne sert à construire les calendriers lunaires perpétuels et la révolution synodique vraie sert à construire les calendriers astronomiques vrais. En raison des fortes perturbations qui agissent sur l'orbite lunaire (variation de l'excentricité, mouvement de la ligne des nœuds et de la ligne des apsides de l'orbite) les écarts de durée entre la lunaison moyenne et la lunaison vraie peuvent atteindre jusqu'à +/- 7h. Ce qui représente de grosses variations sur la position de la Lune (jusqu'à 5,9° au maximum). Le graphique ci-dessus donne les écarts entre la lunaison vraie et la lunaison moyenne pour une période de 230 lunaisons consécutives.



É

De plus la lunaison moyenne L_m n'est pas constante dans le temps, elle varie très lentement, on a la relation suivante :

$$L_m = 29{,}5305888531 \text{ j} + 0{,}21621\ 10^{-6}\ t + 3{,}64\ 10^{-10}\ t^2$$

Où t est le temps écoulé depuis l'époque J2000, t est en temps uniforme (temps dynamique barycentrique TDB) compté en siècle julien (36525 jours). L'époque J2000 étant le premier janvier 2000 à 12h.

Pour l'époque J2000 on a donc L_m = 29,5305888531 jours = 29 jours 12h 44m 2,88s.

Ptolémée dans l'Almageste nous donne une valeur de la lunaison égale à 29j 12h 44m 3,33s qu'il attribue à Hipparque (vers l'an 130 avant J.-C.), or si l'on utilise la formule précédente, on trouve pour l'époque 130 avant J.-C. une lunaison moyenne de 29j 12h 44m 2,49s, l'écart avec la valeur d'Hipparque est à peine supérieure à une seconde de temps !

Les mois lunaires ayant un nombre entier de jours, on aura des mois de 30 jours (mois pleins) ou de 29 jours (mois caves) selon que l'on arrondit la valeur de la lunaison par excès ou par défaut. Tout l'art du computiste va être de bien répartir ces deux types de mois de sorte que la moyenne des mois calendaires soit la plus proche possible de la lunaison moyenne.

L'année solaire ou l'année tropique.

Le temps que met la Terre pour effectuer une révolution entière autour du Soleil par rapport aux étoiles porte le nom de révolution sidérale. Cette révolution n'est pas liée aux saisons, elle est indépendante du mouvement de la ligne des équinoxes. La période de révolution qui tient compte du mouvement des équinoxes porte le nom d'année tropique. On distingue de nouveau plusieurs définitions.

L'année tropique moyenne est le temps que met la Terre pour faire une révolution autour du Soleil dans un repère tournant lié à la ligne des équinoxes, c'est donc la période liée à la différence entre la longitude moyenne du Soleil et la précession des équinoxes. Cette période est indépendante de l'origine choisie. Elle est différente du temps moyen que met la Terre pour aller d'un équinoxe de printemps à l'autre. En effet la vitesse de la Terre sur son orbite n'est pas uniforme, elle obéit, en première approximation, à la seconde loi de Kepler, donc le temps moyen mit pour aller d'un équinoxe de printemps à l'autre n'est pas égal au temps moyen qui sépare deux équinoxes d'automne et il en est de même pour les solstices d'hiver et d'été.

L'année tropique moyenne est donnée par la formule suivante :

$A_m(t)$ = 365,24219052 j – 61,56 10^{-6} t – 0,068 10^{-6} t^2 + 263 10^{-9} t^3 + 3,2 10^{-9} t^4

t est compté en temps uniforme (temps dynamique barycentrique) en milliers d'années juliennes (365250 jours) depuis l'époque J2000.

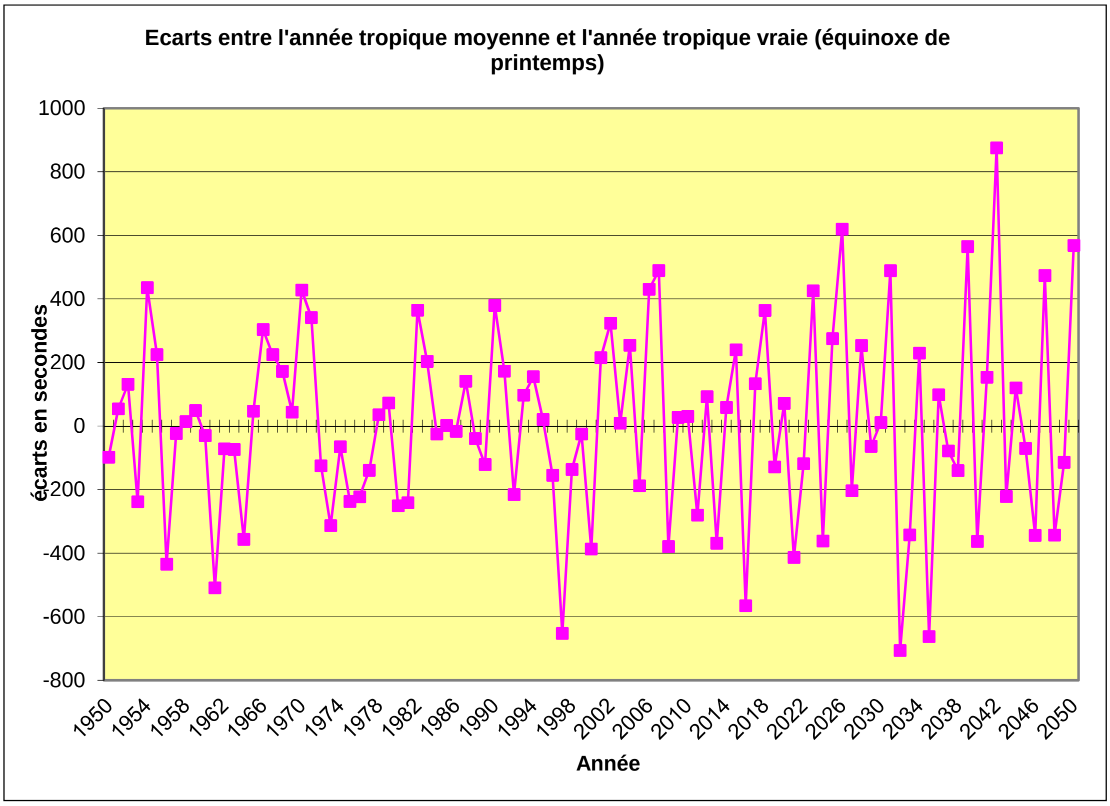
Si on exprime cette expression non plus en jours de temps uniforme mais en jours solaires moyens (échelle de temps non uniforme basé sur la rotation terrestre – temps universel), ce qui est plus rigoureux si l'on compte en jours calendaires basés sur la révolution terrestre, on a :

$A'_m(u)$ = 365,2421789 j – 135,63 10^{-6} u – 0,068 10^{-6} u^2 + 263 10^{-9} u^3 + 3,2 10^{-9} u^4

Ces formules ont un intervalle de validité de 10 000 ans de part et d'autre de l'époque actuelle (J2000).

L'année tropique vraie est le temps qui sépare deux débuts de saisons identiques consécutives. Cette année tropique vraie dépend donc de l'origine choisie.

La figure suivante nous donne l'écart en secondes de temps entre l'année tropique moyenne et l'année tropique vraie calculée à partir de l'équinoxe de printemps sur une période d'un siècle (1950-2050).



L'écart maximum est de 853 secondes de temps.

Pour construire un calendrier perpétuel solaire, on utilise l'année tropique moyenne et pour construire un calendrier solaire astronomique on utilise l'année tropique vraie.

Un calendrier solaire perpétuel est un calendrier dans lequel les dates des saisons ne dérivent pas par rapport au calendrier. Cela ne veut pas dire qu'elles sont fixes. En effet la vitesse orbitale de la Terre n'est pas uniforme, donc les durées des quatre saisons ne sont pas identiques. Actuellement la Terre passe par son périhélie en janvier, elle va donc plus vite en hiver (dans l'hémisphère nord) et elle passe à son aphélie en juillet, elle va donc moins vite en été, l'été est donc plus long que l'hiver. De plus la ligne des apsides de l'orbite terrestre n'est pas fixe donc les durées des saisons vont varier avec le temps. La ligne des apsides coupe la ligne des équinoxes environ tous les 21000 ans. Cette période est la combinaison du mouvement rétrograde de la ligne des équinoxes et du mouvement direct de la ligne des apsides de l'orbite terrestre.

Le tableau suivant donne la longueur des saisons et les dates des passages de la Terre à l'aphélie et au périhélie pour l'année 130 avant J.-C. et pour l'année 2004. En 130 avant J.-C. l'automne est la saison la plus courte (le passage au périhélie a lieu début décembre) et le printemps est la saison la plus longue (le passage à l'aphélie a lieu début juin).

Année	Durée de l'hiver	Durée du printemps	Durée de l'été	Durée de l'automne	Date du passage au périhélie	Date du passage à l'aphélie
130 av. J.-C.	90 jours 5h 39m 58s	94 jours 0h 21m 33s	92 jours 8h 24m 42s	88 jours 15h 25m 7s	1 décembre à 05h 43m 23s	2 juin à 21h 11m 54s
2004	88 jours 23h 44m	92 jours 18h 8m	93 jours 15h 32m	89 jours 20h 11m	4 janvier à 17h 41m	5 juillet à 10h 53m

	49s	14s	57s	46s	59s	28s
* les dates de 130 avant J.-C. sont données dans le calendrier julien.						

Tableau I : Durées des saisons.

Dans un calendrier solaire perpétuel parfait, basé sur la révolution tropique moyenne, les saisons vont donc osciller autour de dates fixes sans dériver dans le calendrier.

On peut avoir une autre approche qui consiste à fixer la date d'une saison particulière dans le calendrier, par exemple forcer l'équinoxe de printemps a tomber toujours à la même date. Dans ce cas le comput du calendrier est différent et l'on doit chercher à approcher la période moyenne séparant les équinoxes de printemps, cette valeur est différente de l'année tropique moyenne.

La valeur moyenne A_p de cette période a été calculée et publiée par Jean Meeus (2002) à partir des éléments moyens des théories planétaires élaborées à l'Institut de Mécanique Céleste :

$A_p = 365{,}2423748$ j $+1{,}034\ 10^{-4}\ t - 12{,}43\ 10^{-6}\ t^2 - 2{,}263\ 10^{-6}\ t^3 + 0{,}131\ 10^{-6}\ t^4$,

t est exprimé en milliers d'années juliennes depuis l'époque J2000, cette formule est valable sur la période allant de 500 av. J.C à 4500.

Un comput basé sur cette approche, consisterait, en connaissant l'instant de l'équinoxe de printemps moyen pour une époque donnée, à ajouter d'année en année une durée de 365,2423748 jours et d'intercaler un jour supplémentaire lorsque la date du printemps tombe le 22 mars pour la ramener au 21 mars.

Par exemple si l'on débute le comput en 2003 où l'équinoxe moyen de printemps tombe le 21 mars à 45m 21,1s UTC. Si l'on ajoute 365,2423748 jours, l'équinoxe moyen avance de 5h 49m 1,18s chaque année, en 2007 la date de l'équinoxe tomberait le 22 mars à 1m 25.83s. On ajoute donc un jour à l'année 2007 pour garder l'équinoxe de printemps le 21 mars. L'on voit que dans cette méthode la durée de l'année n'est connue que lorsque l'on a calculé deux débuts d'année consécutifs. L'intervalle entre deux années « bissextiles » de 366 jours n'est plus forcement de quatre ans. En effet si on applique la règle précédente la prochaine année de 366 jours serait celle de 2012, l'équinoxe moyen de printemps de 2011 tombant encore le 21 mars à 23h 17m 31s. On perd donc la simplicité du calcul d'un calendrier perpétuel et le calendrier devient encore plus local, car on doit faire les calculs pour un méridien particulier.

Comment construire des calendriers perpétuels ?

Pour construire des calendriers lunaires perpétuels, il faut trouver des règles simples qui permettent de donner à la moyenne des mois calendaires lunaires (29 jours et 30 jours) une valeur proche de la lunaison moyenne, de même pour construire des calendriers solaires perpétuels, il faut trouver des règles simples donnant à la moyenne des années calendaires solaires (365 jours et 366 jours) une valeur proche de l'année tropique moyenne.

Cela revient à représenter l'année lunaire moyenne ou l'année tropique moyenne sous la forme de fraction entière. On peut obtenir cette représentation en utilisant la méthode de décomposition d'un réel en fractions continues (voir encadré).

Les calendriers lunaires perpétuels.

La lunaison moyenne (L_m = 29,5305888531 jours) donne une année lunaire moyenne de $12L_m$ = 354,3670662 jours qui se décompose sous la forme réduite (354 ; 2, 1, 2, 1, 1, 1).

Les années lunaires peuvent donc avoir 354 jours (année commune) ou 355 jours (année abondante), la décomposition en fractions continues de 354,3670662 va nous donner les solutions possibles pour intercaler les années abondantes parmi les années communes de manière à avoir la meilleure approximation de l'année lunaire moyenne.

On a les solutions suivantes : 354,3670662 = 354, +1/2, +1/3, + 3/8, + 4/11, +7/19, +11/30, +29/79

La première approximation 354 +1/2 donne une année abondante sur deux. La seconde approximation 354 + 1/3 donne une année abondante tous les trois ans et ainsi de suite.

Le tableau suivant donne l'écart entre le mois lunaire moyen (L_m) et le mois calendaire moyen M ainsi que le décalage entre la lunaison moyenne et le calendrier en fin de cycle. La première ligne correspond au nombre d'années abondantes par nombre d'années du cycle

Approximation	1 sur 2	1 sur 3	3 sur 8	4 sur 11	7 sur 19	11 sur 30	29 sur 79
Écart $L_m - M$	– 15m 57,12s	4m 2,88s	– 57,12s	24,69s	– 9,76s	2,88s	– 0,16s
Écart en fin de cycle	– 6h 22m 50,96s	2h 25m 43,56s	– 1h 31m 23,84s	54m 19,68s	– 37m 4,2s	17m 15,5s	– 2m 32,89s

Tableau II : Approximation calendaire de l'année lunaire.

On constate que les approximations encadrent les valeurs exactes alternativement par défaut et par excès. Plus on avance dans l'approximation, plus les écarts sont faibles, mais la règle, le comput, devient de plus en plus complexe et porte sur des cycles de plus en plus long.

La solution trois années abondantes sur un cycle de huit ans a été utilisée dans l'ancien calendrier turc et la solution onze années abondantes sur un cycle de trente ans est utilisé dans le calendrier perpétuel hégirien (musulman). Dans ce dernier cas on constate qu'au bout de 30 ans, la lunaison calendaire s'est décalée de 17m 15,5s par rapport à la lunaison moyenne, il y a donc une faible dérive du calendrier perpétuel par rapport à la lunaison moyenne. Néanmoins il ne faut pas oublier que les écarts entre la lunaison vraie et la lunaison moyenne peuvent atteindre +/-7h.

Le calendrier hégirien ou calendrier « musulman ».

Le calendrier perpétuel utilisé par les musulmans porte le nom de calendrier hégirien. Il est le seul calendrier purement lunaire en usage de nos jours. Il est basé sur le cycle de 11 années abondantes de 355 jours sur une période de 30 années. Les années dont le rang est 2, 5, 7, 10, 13, 16, 18, 21, 24, 26, 29 sont les années abondantes. Le jour commence le soir au coucher du Soleil.

À l'origine, le calendrier utilisé par les tribus arabes était luni-solaire et comportait un treizième mois intercalaire appelé *nasî*. Peu de temps avant sa mort, le Prophète interdit l'usage du mois intercalaire donnant ainsi au calendrier son caractère purement lunaire (sourate IX, versets 36 et 37). Le calendrier sera élaboré à posteriori par le second Calife Omar (634-644) dans les années 638-640 A.D. Il fit remonter le début du cycle de trente ans au 16 juillet 622 A.D. et définit ainsi l'ère de l'Hégire (de l'arabe *hidjra*) à l'origine du nom du calendrier. L'abréviation latine de l'ère de l'Hégire est A.H. (*Anno Heriga*). L'abréviation latine A.D. (*Anno Domini*) est celle de l'ère de l'Incarnation (ère chrétienne).

Les douze mois ont alternativement 30 et 29 jours, le dernier mois ayant 30 jours les années abondantes. Leurs noms francisés et leurs durées sont donnés dans le tableau suivant :

Nom du mois	Durée du mois	Nom du mois	Durée du mois
1 : Mouharram*	30	7 : Radjab*	30
2 : Safar	29	8 : . Cha'ban	29
3 : Rabi'-oul-Aououal	30	9 : Ramadan**	30
4 : Rabi'-out-Tani	29	10 : Chaououal	29
5. Djoumada-l-Oula	30	11 : Dou-l-Qa'da*	30
6. Djoumada-t-Tania	29	12. Dou-l-Hidjja*	29 ou 30
* mois saint **mois de jeûne.			

Tableau III : Liste des mois du calendrier hégirien.

Ce calendrier est un calendrier perpétuel ; dans la pratique les musulmans utilisent pour déterminer le début d'un nouveau mois la visibilité du premier croissant de Lune, c'est le cas notamment pour le début et la fin du mois de Ramadan. Par cette pratique le calendrier redevient un calendrier d'observation, avec ses avantages : il suffit d'observer le croissant de Lune pour savoir que le mois a commencé, et ses inconvénients : le calendrier devient un calendrier local avec des décalages d'un ou deux jours en fonction de votre lieu d'observation (nuit du doute). De plus le principe de visibilité du premier croissant de Lune pour définir le début du mois est facilement praticable toute l'année aux faibles latitudes et dans les régions bénéficiant d'un ciel dégagé. Le problème devient plus complexe, voir impossible, lorsque l'on atteint les hautes latitudes ; notamment au-dessus des cercles polaires où la nouvelle Lune peut ne pas se lever (nuit polaire) ou ne pas se coucher (jour polaire).

Les calendriers solaires.

Si l'on arrondit la valeur de l'année tropique moyenne (A_m = 365,24219052 jours) on trouve deux types d'années : les années de 365 jours (années communes) et les années de 366 jours que nous appellerons bissextiles Si l'on décompose la valeur de l'année tropique moyenne A_m pour l'époque J2000 sous forme de réduite on trouve : (365 ; 4, 7, 1, 3, 19).

D'où on déduit les représentations en fractions entières suivantes :

A_m = 365, + 1/4, +7/29, + 8/33, + 31/128, + 597/2465.

La première approximation correspond à une année bissextile sur un cycle de quatre ans, la seconde correspond à 7 années bissextiles sur un cycle de 29 ans et ainsi de suite.

Le tableau ci-dessous nous donne les écarts entre l'année tropique moyenne J2000 et la moyenne des années calendaires M_a, ainsi que l'écart en fin de cycle entre l'année tropique moyenne et le calendrier.

Approximation	1 sur 4	7 sur 29	8 sur 33	31 sur 128	597 sur 2465
Écart $A_m – M_a$	– 11m 14,74s	1m 10,09s	– 20,2s	0,26s	– 0,01s
Écart en fin de cycle	– 44m 58,96s	33m 52,52s	– 11m 6,45s	33,18s	– 36,06s

Tableau IV : Approximation calendaire de l'année tropique moyenne.

On voit de nouveau que plus on avance dans les approximations plus la représentation est bonne et plus le comput devient complexe.

On voit également, qu'il est inutile d'aller trop loin dans les approximations, car ces approximations portent sur la valeur constante de l'année tropique moyenne en J2000 or cette valeur évolue dans le temps et avec l'échelle de temps utilisée. Ainsi en 2465 ans, si l'on tient compte uniquement du terme en *t*, l'année tropique moyenne change de – 13,11s de temps, on atteint donc le même ordre de grandeur que l'approximation.

Historiquement seules les approximations 1 sur 4 et 8 sur 33 ont été utilisées.

Si l'on décompose la durée moyenne séparant deux équinoxes de printemps pour l'époque J2000 (A_p = 365,2423748 jours) on obtient la forme réduite suivante : (365 ; 4, 7, 1, 17, 1) qui fournit les approximations suivantes : A_p = 365, + 1/4, +7/29, + 8/33, + 143/590.

De même si l'on décompose l'année tropique moyenne J2000 exprimée en jour solaire moyen ($A'_m (u)$ = 365,2421789 jours) on obtient la forme réduite suivante : (365 ; 4, 7, 1, 2, 1) qui fournit les approximations suivantes : A'_m = 365, +1/4, +7/29, +8/33, +24/95.

On constate que les approximations historiques (1/4 et 8/33) sont également des approximations de ces deux périodes.

Le calendrier julien

L'approximation « une année bissextile tous les quatre ans » correspond au calendrier romain julien élaboré par Jules César en l'an 708 de la fondation de Rome (*Ab Urbe Condita : AUC*) sur les conseils d'un astronome grec d'Alexandrie, Sosigène. En réalité Sosigène reprend une réforme déjà proposée deux siècles plus tôt par le roi d'Égypte Ptolémée III Evergète I. Cette tentative de réforme a été découverte tardivement en 1866 sur une stèle à Tanis.

Le tableau ci-dessous donne la liste et la longueur des mois du calendrier romain après la réforme de César.

Nom du mois	Nombre de jour	Origine du nom du mois
Januarus	31	Janus (dieu à deux têtes)
Februarus	28-29	Februo (dieu des morts)
Marcius	31	Mars (dieu de la guerre)
Aprilus	30	aprilem (le second) ou aperire (ouvrir)
Maius	31	Maia (mère de Mercure) ou Maïus dieu de la croissance ;
Junius	30	Junon (fille de Saturne épouse de Jupiter.)
*Julius**	31	J. César.
Sextilis	31	6^{e} mois
September	30	7^{e} mois
October	31	8^{e} mois
November	30	9^{e} mois
December	31	10^{e} mois

Tableau V : Le calendrier julien après la réforme de César.

On peut faire plusieurs remarques : Sur l'année la répartition des mois longs (*plenimenses* : mois pleins) et des mois courts (*cavimenses* : mois caves) est régulière. Les cinq derniers mois de l'année conservent des noms qui sont sans rapport avec leurs positions dans l'année, le début de l'année ayant été ramené au début de mois de *Januarus.* L'ancien mois *Quintilis*, mois de naissance de César (César était né le 12 *Quintilis*) a été rebaptisé *Julius* en hommage à J. César, cette modification a été faite par Antoine en 44 avant J.-C.

Les années de 366 jours, on intercalait le jour supplémentaire entre le 24 et le 25 *Februarus* mais on doublait le 24 *Februarus* ainsi le mois conservait arbitrairement le même nombre de jours. On n'ajoutait pas un jour de plus en fin de mois, car cela aurait perturbé le cycle des jours et des fêtes en raison de la manière dont les Romains décomptaient les jours dans le mois (Calendes, Ides et Nones).

Ainsi le 24 *Februarus* s'appelait *sexto ante calendas Martis* (sixième jour avant les Calendes de mars) et le jour supplémentaire le 24 *Februarus* bis devint *bis sextus ante calendas Martis*.

L'application du calendrier julien.

À la mort de César (15 mars 44 avant J.-C. aux Ides de mars 710 AUC) la réforme fut mal appliquée, et l'on compta une année bissextile tous les trois ans. Ainsi les années 712, 715, 718, 721, 724, 727, 730, 733, 736, 739, 742 et 745 AUC furent bissextiles. Donc durant 36 ans, on compta 12 années bissextiles à la place de 9. En effet, interprétant mal les mots *quarto quoque anno*, que paraît avoir employés J. César, on compta la quatrième année de la période, à partir de l'année, inclusivement, dans laquelle l'intercalation précédente avait été faite, ne laissant ainsi que deux années communes, au lieu de trois, entre deux années bissextiles.

En 746 AUC Auguste (63-14 avant J.-C.) corrigea cette erreur en supprimant les années bissextiles pendant une période de 12 ans. Ainsi les années 749 AUC (5 avant J.-C.), 753 AUC (1 avant J.-C.), 757 AUC (4 après J.-C.) furent communes et l'année 761 AUC (8 après J.-C.) fut bissextile.

Le calendrier julien est donc de nouveau correct à partir du 25 *Februarus* 757 AUC (an 4 après J.-C.).

Pour remercier Auguste d'avoir corrigé l'erreur commise dans l'application de la réforme julienne, le Sénat décida de donner au mois *Sixtilis* le nom d'*Augustus* en l'honneur d'Auguste, qui, ce mois, entra pour la première fois au Consulat et triompha trois fois. Or dans une des hypothèses le mois de *Sextilis* possédait 30 jours, mais le mois dédié à Auguste ne pouvait pas avoir un jour de moins que celui dédié à César. On aurait donc pris un jour au mois de *Februarus* et pour l'attribuer à *Augustus*. Dans cette hypothèse on créait un calendrier avec trois mois successifs de 31 jours. On aurait alors décidé d'intervertir le nombre de jours des quatre derniers mois de l'année. Dans l'autre hypothèse (longueur des mois entre parenthèse) on a déjà la forme actuelle du calendrier.

Nom du mois	Nombre de jour	origine du nom du mois
Januarus	31	Janus (dieu à deux têtes)
Februarus	28-29	Februo (dieu des morts)
Marcius	31	Mars (dieu de la guerre)
Aprilus	30	aprilem (le second) ou aperire

		(ouvrir)
Maius	31	Maia (mère de Mercure) ou Maïus dieu de la croissance
Junius	30	Junon (fille de Saturne épouse de Jupiter)
Julius	31	J. César.
Augustus	31	Auguste.
September	30	7 ème mois
October	31	8 ème mois
November	30	9 ème mois
December	31	10 ème mois

Tableau VI : Calendrier julien après la correction d'Auguste.

Le terme *bis sextus ante calendas Martis* va donner le terme bissextile. L'épithète bissextile est, en principe, réservé à l'année. Le jour intercalaire s'appelle le **bissexte**, ce substantif est peu employé ; l'usage a consacré l'expression incorrecte de jour « bissextile ».

L'expression année bissextile ne se rencontre pas dans les auteurs antérieurs à Bède le Vénérable (*De ratione bissexti*, 725) au VIII^{e} siècle.

De nombreux peuples adopteront la forme du calendrier julien en changeant le nom des mois, la date de changement d'année (le style du calendrier) et l'origine du décompte des années (ère). Ainsi les chrétiens adopteront le calendrier julien, en 532 le moine scythe Denys le Petit (v. 500 – 545) introduit dans les tables pascales, permettant de calculer la date de Pâques, une nouvelle ère, l'ère de l'incarnation (A.D., *Anno Domini*), basée sur la date de naissance du Christ qu'il fixe au 25 décembre 753 de la fondation de Rome (AUC). Par la suite le début de l'ère sera ramené au premier janvier 754 AUC, pour la rendre compatible avec le décompte des millésimes. Avec cette ère, les années bissextiles sont celles dont le millésime est divisible par quatre, ce n'est pas le cas lorsque l'on utilise l'ère de la fondation de Rome.

La réforme Grégorienne

Les dates des saisons dérivent lentement dans le calendrier julien. En 1582, lorsque le pape Grégoire XIII modifie le comput pascal, la date de l'équinoxe de printemps a dérivé de dix jours par rapport au 21 mars, le 21 mars étant la date de l'équinoxe de printemps de l'année 325 A.D. année où a été fixé la définition de la date de Pâques par le concile de Nicée.

La réforme du comput pascal de 1582 va supprimer ces dix jours de décalage et va introduire un nouveau calendrier, le calendrier grégorien, dans lequel on garde les mêmes règles du calendrier julien mais où l'on supprime trois années bissextiles sur une période de quatre siècles, les années dont le millésime est multiple de cent, sans être multiple de 400 ne sont plus bissextiles. On a donc 97 années bissextiles sur une période de 400 ans. Ce qui donne à l'année calendaire une longueur moyenne de 365,2425 jours. On remarque que cette solution 97/400 n'est pas solution de la décomposition en fractions continues et qu'elle est moins bonne que la solution 8/33. Mais elle présente l'avantage de conserver l'ancienne règle de divisibilité par quatre sans trop la modifier. On remarque également que la réforme rattrape la dérive par rapport à l'équinoxe de printemps de 325 A.D. et non la dérive par rapport l'équinoxe de printemps de l'origine de l'ère chrétienne (1 A.D.).

Notations des années antérieures à l'ère chrétienne : calendrier julien proleptique.

La notation des historiens

Au XVII^{e} siècle, le jésuite Denis Petau (1583-1652) dans ses cours au collège de Clermont (aujourd'hui le lycée Louis le grand) à Paris, va introduire une chronologie antérieure à l'ère chrétienne, en notant un avant J.-C. l'année antérieure à l'an un, et ainsi de suite. Cette chronologie est basée sur le calendrier julien avec un changement d'année au premier janvier. Cette notation sera reprise par les historiens. Elle possède deux inconvénients : pour les années antérieures à l'ère chrétienne la règle de divisibilité par quatre des années bissextiles n'est plus valable, ce sont les années 1,5, 9, 13 … avant J.-C. qui sont bissextiles, de plus si l'on veut calculer le temps écoulé entre une date antérieure à l'ère chrétienne et une date postérieure à l'ère chrétienne, on ne peut pas faire la somme algébrique de ces deux dates. Par exemple entre le premier janvier de l'an 2 et le premier janvier de l'an 4 avant J.C. il s'est écoulé cinq ans (4 + 2 – 1) et non six (2 + 4).

La notation des astronomes.

En 1740, l'astronome Jacques Cassini (1677 - 1756) va utiliser dans ses tables astronomiques une nouvelle notation pour les années antérieures à l'ère chrétienne. Il va introduire une notation algébrique en notant zéro l'an un avant J.-C., puis –1 l'an 2 avant J.-C. et ainsi de suite. Attention, il ne change pas le début de l'ère chrétienne, il change simplement la notation des années antérieures à cette ère.

On a donc la correspondance suivante entre les deux notations :

$$\text{An X avant J.-C} \Leftrightarrow \text{an} - (X-1)$$

Cette nouvelle notation a deux avantages purement calculatoires, les années bissextiles antérieures à l'ère chrétienne sont celles divisibles par quatre (0, – 4, – 8, – 12 …) et l'on peut faire des différences entre dates pour avoir des durées écoulées. Par exemple entre le premier janvier de l'an 2 et le premier janvier de l'an – 3 (4 avant J.-C.) il s'est bien écoulé cinq ans (2 – (– 3) = 2 + 3 = 5).

Hélas, ces deux notations ne sont pas compatibles, et l'on ne doit pas les combiner : soit on utilise la notation des historiens, soit on utilise la notation des astronomes, la notation – 4 avant J.-C. n'a aucun sens, on doit écrire 4 avant J.-C. ou l'an – 3.

La méconnaissance de la notation des astronomes et l'abus de la notation combinée sont la source de nombreuses erreurs.

Le calendrier Perse

En Perse, le calendrier solaire a été utilisé parallèlement au calendrier hégirien lunaire. C'est un calendrier vague de 365 jours débutant le 16 juin 632 A.D. définissant l'ère de Yazdegerd (12 mois de 30 jours + 5 jours supplémentaires dits épagomènes). Pour compenser la dérive de ce calendrier vague, on devait ajouter un mois supplémentaire au bout de 120 ans pour rétablir la concordance avec l'année julienne de 365,25 jours.

À la fin du XI^{e} siècle le sultan Jalal al-Dawla Malishah demande à ses astronomes de corriger ce calendrier du léger décalage observé avec l'année tropique. La réforme sera faite par Omar

Al Khayyam (1044 - 1123 A.D.) Le nouveau calendrier (Al-Tarikh al-Jalali) comporte 8 années bissextiles tous les 33 ans. Le nouveau calendrier débute le 15 mars 1079 A.D. (ère Jalali). Ce calendrier, plus pratique pour les calculs astronomiques, sera utilisé par les astronomes arabes.

En 1920 ce calendrier est réformé par Reza Shah Pahlavi : Les 6 premiers mois ont 31 jours, les 5 suivants ont 30 jours et le dernier mois a 29 ou 30 jours suivant que l'année est bissextile ou non. Ces mois prennent les anciens noms des mois persans. Les années bissextiles sont celles de rang 1, 5, 9, 13, 17, 22, 26 et 30.

Les calendriers luni-solaires perpétuels

Douze mois lunaires comportent 354 ou 355 jours, l'année solaire comporte 365 ou 366 jours, les calendriers lunaires se décalent donc en moyenne de 11 jours par rapport à un calendrier solaire. Pour rattraper ce décalage et conserver un aspect solaire à un calendrier lunaire il suffit d'intercaler des années de 13 mois lunaires. Le comput va donc consister à approcher au mieux l'année solaire avec la moyenne des années lunaires et à approcher au mieux la lunaison avec la moyenne des mois lunaires. Un calendrier luni-solaire est avant tout un calendrier lunaire.

Nous allons de nouveau utiliser la décomposition d'un réel en fractions continues pour retrouver les approximations historiques. Calculons le nombre de lunaisons moyennes contenues dans une année tropique moyenne, nous trouvons m = A_m/L_m = 365,24219052/29,5305888531 = 12,36826642 et si l'on représente ce nombre sous forme de réduite, on trouve : m = (12 ; 2, 1, 2, 1, 1, 17, 2, 1)

Ce qui donne la série d'approximations suivantes : m = 12, 12 +1/2, 12 + 1/3, 12 + 3/8, 12 + 4/11, 12 + 7/19, 12 + 123/334.

Ces approximations successives de la forme 12 + p/q nous donnent le nombre *p* d'intercalation d'années lunaires de 13 mois, appelées embolismiques par les Grecs, dans un cycle de *q* années lunaires.

À partir de ces approximations on peut soit privilégier le caractère solaire du calendrier, soit privilégier l'aspect lunaire du calendrier. Dans le premier cas le nombre de jours du cycle total est égal au produit (arrondi au jour) de l'année tropique moyenne par *q*, dans le second cas, le nombre de jours du cycle total est égal au produit (arrondi au jour) de la lunaison moyenne par 12q + p. Ces deux solutions deviennent de plus en plus proche au fur et à mesure que l'on progresse dans l'approximation. Historiquement c'est la seconde solution qui a été utilisé, le calendrier devant être avant tout lunaire.

Le tableau suivant donne pour chaque approximation : le nombre *NS* de jours du cycle si l'on privilégie le cycle solaire, *NL* le nombre de jours du cycle si l'on privilégie le cycle lunaire ; puis dans l'hypothèse où l'on privilégie le cycle lunaire, le nombre N_c de mois caves (29 jours) du cycle, le nombre N_p de mois pleins (30 jours) du cycle, la longueur moyenne *l* du mois calendaire, la longueur moyenne *a* de l'année calendaire, ces deux valeurs sont à comparer avec la valeur de la lunaison moyenne et la valeur de l'année tropique moyenne. On donne également les écarts observés en fin de cycle entre le calendrier et la lunaison et entre le calendrier est l'année tropique.

Approximation	1 sur 2	1 sur 3	3 sur 8	4 sur 11	7 sur 19	123 sur 334
NS	730	1096	2922	4018	6940	121991
NL	738	1093	2924	4016	6940	121991
N_c	12	17	46	64	110	1939
N_p	13	20	53	72	125	2192
l (en jours)	29,5200	29,5405	29,5353	29,5294	29,5319	29,5306
Écarts NS – $(12q+p)L_m$	6h21m12s	-8h 50m13s	11h19m15s	-3h50m31s	7h28m43s	3h18m0s
a (en jours)	369	364,33	365,50	365,09	365,26	365,2425
Écarts $a - q.\ A_m$	7j 12h 22,5m	-2j 17h 26,25m	2j 1h 29,96m	-1j 15h 56,3m	9h 33,67m	-2h 36,1m

Tableau VII : Construction des approximations luni-solaires

Ces résultats se calculent simplement à l'aide des formules suivantes :

NS = arrondi (q . A_m)

NL = arrondi ((12 q + p) L_m)

$N_c = NL - 29\ (12q + p)$

$N_p = 12q + p - N_c$

$l = NL\ /\ (12q + p)$

$a = NL\ /\ q$

On remarquera, qu'à partir de la solution 7/19 on a identité entre *NS* et *NL* c'est-à-dire que l'on obtient le même résultat que l'on privilégie le cycle solaire ou le cycle lunaire.

Tous ces cycles jusqu'au cycle 7/19 inclus et à l'exception du cycle 4/11, ont été utilisé dans l'Antiquité, notamment par les Grecs. La solution 7/19, dont la découverte en 433 avant J.-C. est attribuée à Méton (375 - 325 avant J.-C.), a été également trouvée et utilisée par les autres grandes civilisations de l'Antiquité. D'autres cycles ont également existé à la même époque en Grèce antique. Ainsi vers 450 avant J.C. deux disciples de Pythagore, Œnopidès (v. 490 – v. 420 avant J.-C.) aurait proposé un cycle de 59 ans contenant 730 mois lunaires, et Philolaos aurait proposé un cycle de 59 ans basé sur 729 mois lunaire. Ce dernier nombre tient plus de la numérologie que de l'astronomie, 729 étant à la fois le carré de 27 (nombre associé à la Lune par les pythagoriciens) et le cube de 9 (nombre associé à la Terre).

D'autres cycles plus complexes furent construits à partir du cycle de Méton. Le cycle de Callipse (v. 370 – v. 310 avant J.-C.) est formé par quatre cycles de Méton moins un jour, soit 27759 jours sur une période de 76 ans ou 940 mois comportant 441 mois caves et 499 mois pleins, ce qui donne une année calendaire moyenne de 365,25 jours et un mois calendaire moyen de 29,530851 jours. Le cycle d'Hipparque (190 – 120 avant J.-C.) est formé par quatre cycles de Callipse moins un jour, soit 111035 jours sur une période de 304 ans ou 3760 mois comportant 1765 mois caves et 1995 mois pleins, ce qui donne une année calendaire moyenne de 365,2467 jours et un mois calendaire moyen de 29,5305851 jours, on retrouve donc la valeur de l'année tropique attribuée à Hipparque (365 jours +1/4 – 1/300 (soit 365,2467 jours). Mais ce cycle, beaucoup trop long, ne sera jamais utilisé et c'est le cycle de Méton qui sera repris par la suite dans les calendriers luni-solaires (calendrier juif, comput pascal).

Le calendrier juif.

Le calendrier perpétuel juif est un calendrier luni-solaire avec des contraintes religieuses. Il a été élaboré en 359 par le patriarche Hillel II.

Avant de le décrire, nous allons donner certaines particularités liées à ce calendrier. Les juifs divisent le jour en 24 heures, chaque heure est divisée en 1080 scrupules (halaqim) ou parties et chaque scrupule comporte lui-même 76 moments ou instants (rega'im). Le jour commence le soir à 18h au méridien de Jérusalem (environ 35° E). Il y a donc un décalage de 6h entre le jour classique et le jour juif. L'écriture des temps et des dates est également particulière, un temps est la combinaison de trois nombres, le premier désigne le numéro du jour (de 1 à 7 en commençant par le dimanche), suivi de l'heure, suivi du nombre de scrupules. Ainsi 3-7-406 correspond au mardi à 7h et 406 scrupules. Par la suite, nous noterons les scrupules (ou parties) avec le symbole p.

Le calendrier de Hillel est construit à partir de la lunaison moyenne d'Hipparque de 29j 12 44m 3,33s soit 29j 12h 793p.

Le calendrier juif utilise le cycle de Méton. Sur une période de 19 ans les années ayant les numéros 3, 6, 8, 11, 14, 17 et 19 sont embolismiques.

On appelle "moled", l'instant de la nouvelle Lune moyenne la plus proche de l'équinoxe d'automne. Le premier jour de l'année est Rosch Haschana RH (1er Tisseri).

Le comput du calendrier consiste à définir le premier jour de l'année par rapport au moled. Pour éviter la dérive du calendrier liée au cycle de Méton, les juifs n'utilisent pas un cycle de Méton entier de 6940 jours, mais les valeurs exactes des années lunaires sans troncature. Donc 235 lunaisons ne font pas 6940 jours, mais 6939j 16h 595p. Une année commune de 12 lunaisons a 354j 8h 876p. et une année embolismique a 383j 21h 589p. Il est simple de se déplacer d'un moled à un autre en ajoutant le nombre exact de lunaisons moyennes qui les séparent. Pour avoir tous les moleds successifs, il suffit simplement de se donner un moled origine qui va définir l'origine du calendrier. Ce moled origine porte le nom Moled-Tohu et il définit l'ère de la création du monde selon le comput juif (A.M. ou *Anno Mundi*). Cette origine est le 2-5-204p (lundi à 5h 204p) soit le dimanche 6 octobre 3761 avant J.C. vers 23h UT.

Le choix de Rosch Haschana par rapport au moled suit les cinq règles suivantes :

Règle I ou règle Yach : Si le moled tombe à 18h, heure juive, ou après, Rosch Haschana est le lendemain. Cette règle est une règle astronomique, compte tenu du décalage horaire, elle exprime que si la nouvelle Lune a lieu après midi, le premier croissant ne sera pas visible le soir même mais seulement le lendemain. C'est une règle objective pour la visibilité d'un premier croissant de Lune d'équinoxe à la latitude de Jérusalem.

Règle II ou règle Adou : Si le moled tombe après 18h, heure juive, un samedi, un mardi ou un jeudi, Rosch Haschana est le surlendemain. Cette règle est religieuse, elle empêche Hoshana Rabba (21 Tisseri) de tomber un jour de Sabbat et que le Yom Kippur (10 Tisseri) tombe la veille ou le lendemain de Sabbat.

Règle III ou règle Yach-Adou : Si le moled tombe après 18h, heure juive, un samedi, un mardi ou un jeudi, Rosch Haschana est le surlendemain. Cette règle est la combinaison des règles I et II.

Muni de ces trois règles, le calendrier juif aurait huit types d'années différentes, quatre communes de 353, 354, 355 et 356 jours et quatre embolismiques de 382, 383, 384 et 385 jours. Les deux règles suivantes « simplifient » le calendrier en supprimant deux de ces huit types d'années.

Règle IV ou règle Gatrad : Si le moled d'une année commune tombe un mardi à 9h 204p, heure juive, ou après, Rosch Haschana est repoussé au jeudi. Cette règle supprime la possibilité d'avoir des années communes de 356 jours

Règle V ou règle Betoutakpat : Si le moled d'une année commune suivant une année embolismique tombe un lundi à 15h 589p, heure juive, ou après, Rosch Haschana est repoussé au mardi. Cette règle supprime la possibilité d'avoir des années embolismiques de 382 jours.

En conclusion, on a trois types d'années communes : les années défectives de 353 jours, les années régulières de 354 jours et les années abondantes de 355 jours ; et trois types d'années embolismiques : les années défectives de 383 jours, les années régulières de 384 jours et les années abondantes de 385 jours. Pour connaître le type d'année, il faut calculer deux moleds consécutifs et appliquer les 5 cinq règles à chaque moled, la différence de jours entre deux débuts d'années et l'ordre de l'année dans le cycle de Méton donnent le type de l'année.

Le tableau ci-dessous donne pour chaque type d'années la répartition et la longueur des différents mois.

	Années communes			Années embolismiques		
	Défective	Régulière	Abondante	Défective	Régulière	Abondante
Tisseri	30	30	30	30	30	30
Hesvan	29	29	30	29	29	30
Kislev	29	30	30	29	30	30
Tébeth	29	29	29	29	29	29
Schébat	30	30	30	30	30	30
Adar	29	29	29	30	30	30
Véadar				29	29	29
Nissan	30	30	30	30	30	30
Iyar	29	29	29	29	29	29
Sivan	30	30	30	30	30	30
Tamouz	29	29	29	29	29	29
Ab	30	30	30	30	30	30
Elloul	29	29	29	29	29	29
Total	353 jours	354 jours	355 jours	383 jours	384 jours	385 jours

On remarquera, que l'ajout du jour supplémentaire entre les années régulières et abondantes porte sur le second mois et le retrait d'un jour entre les années régulières et défectives porte sur le troisième mois. Cela évite la création de mois de 28 jours et de 31 jours. Le mois supplémentaire est celui de Véadar, c'est le mois de Adar que l'on double.

Ce calendrier est en réalité le calendrier «civil», le calendrier religieux est décalé de six ou sept mois et commence au mois de Nissan.

Il n'existe pas de calendrier juif proleptique, l'ère juive étant supposée être l'instant de la création du monde.

La concordance entre calendriers

De tout temps les computistes cherchèrent des formules simples pour passer d'un calendrier perpétuel à un autre. La méthode la plus simple consiste à passer par un calendrier intermédiaire simple, par exemple le jour julien.

La période julienne a été crée par Joseph Juste Scaliger (1450-1609) en 1583 dans un traité sur la chronologie (*Opus novum de emendatione Temporum*). Il créa une période de 7980 ans formée par la multiplication de trois cycles : le cycle solaire de 28 ans, le cycle Métonique de 19 ans et le cycle de l'indiction romaine de 15 ans. Il fit remonter l'origine de sa période au 1 janvier de l'an 4713 avant J.-C. à midi. Le premier jour de sa période est numéroté zéro, de sorte que le numéro du jour dans la période julienne est égal à la durée écoulée depuis l'origine du cycle (cas unique et volontaire dans les calendriers, on a un jour numéroté zéro). Il n'appela pas cette période la période julienne en hommage à son père Julius Scalinger, comme on le trouve parfois écrit, en effet dans le *De emendatione* de Scaliger, Scaliger écrit : "*Julianam vocavimus quia ad annum julianum dumtaxat accomodata est*", ce que l'on peut traduire par : "*Nous l'avons appelée julienne parce qu'elle est exactement ajustée [ou accordée] à l'année julienne*", sous-entendu au calendrier julien de Jules César, donc cela n'a rien à voir avec un hommage au père de Scaliger. Chaque jour de la période s'appelle le jour julien. Ce calendrier ne suit aucun cycle astronomique, mais est très pratique pour dénombrer les jours et le temps. Par exemple le premier janvier 2000 à 12 heures correspond au jour julien : 2 451 545.

Pour construire des concordances entre calendriers il suffit donc de construire des bijections entre ces calendriers et l'ensemble des jours juliens de la période julienne.

Très longtemps on a utilisé des formules plus ou moins empiriques sans avoir de méthodes mathématiques permettant de les générer. Cette lacune a été comblée en 1992 par Albert Troesch, un mathématicien de l'Institut de Recherche Mathématiques Avancées de Strasbourg. Son article, « droites discrètes et calendriers » est un peu trop complexe pour être exposé ici, mais j'invite tous les curieux (mathématiciens) à le consulter.

En conclusion

Pour conclure, j'aimerai essayer de répondre à la question suivante : comment définir un bon calendrier perpétuel ?

Pour moi, un bon calendrier perpétuel est un calendrier simple, qui ne dérive pas trop avec le temps. Je pense que les trois calendriers que je viens de décrire (le calendrier grégorien, le calendrier hégirien et le calendrier juif) répondent pleinement à cet objectif.

De nos jours certaines personnes essayent de construire des calendriers perpétuels très complexes, avec des règles s'étendant sur les périodes de plusieurs milliers d'années, pour cela elles approximent des valeurs moyennes qu'elles considèrent comme constantes alors qu'elles varient lentement dans le temps, de plus elles négligent la méconnaissance de l'évolution du ralentissement terrestre et commettent ainsi des erreurs bien plus grande que la précision qu'elles pensent obtenir. D'autre part est-il utile d'avoir un calendrier exact sur plusieurs milliers d'années alors que la durée de vie effective d'un calendrier n'a jamais dépassé 16 siècles ?

Bibliographie

Voici une liste non exhaustive d'ouvrages et d'articles sur les calendriers et les fractions continues.

Ces fractions qui se continuent à l'infini, 2003, Claude Brezinski, Laboratoire de Mathématiques Appliquées Université des Sciences et Technologies de Lille. http://ano.univ-lille1.fr/, Publication et FTP (ano462.pdf).

More Mathematical Astronomy Morsels, 2002, Jean Meeus, William-Bell Inc., Richmond, Virginia.

Du Temps universel au Temps coordonnée barycentrique, 2001, Pierre Bretagnon et Patrick Rocher, Revue du Palais de la Découverte **285.**

De temps en temps, Histoires de Calendrier,2001, édition Tallandier.

Rythmes du temps, Astronomie et calendrier, 2000, Émile Biémont, DeBoeck, Bruxelles.

Calendar, Humanity's Epic Struggle to Determine a True and Accurate Year, 1998, David Ewing Duncan, Avon Books, New York.

La saga des calendriers ou le frisson millénariste, 1998, Jean Lefort, Bibliothèque pour la Science, Paris.

Mapping Times, The Calendar and its history, 1998, E.G. Richards Oxford University Press.

Calendrical Calculations, 1997, Nachum Dershowitz and Edward M. Reingold, Cambridge University Press.

Histoire du calendrier de la liturgie à l'agenda, 1996, Francesco Maiello, Seuil, Paris.

Calendriers et chronologie, 1996, Jean-Paul Parisot et Françoise Suagher, Masson, Paris.

Le Calendrier Républicain, 1994, Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides, Bureau des Longitudes, Paris.

The history of the tropical year, 1992, Jean Meeus et Denis Savoie, J. Br. Astron. Assoc. **102**, 1

Droites discrètes et calendriers, 1992, Albert Troesch, Institut de Recherche Mathématique Avancée, (A.M.S. Sujet classification : 68 U 05), Université Louis Pasteur, Strasbourg.

Explanatory Supplement to the Astronomiacal Almanac, 1992, P. Kenneth Seidelmann, U.S. Naval Observatory, Washington, D.C., USA.

Éléments de données et formats d'échange - Échange d'information - Représentation de la date et de l'heure, 1988, AFNOR ISO 8601 : 1988 F, Indice de classement Z 69-200, Paris la Défense.

A modern guide to astronomical calculations of Islamic calendar, times & Qibla, 1984, Dr Mohammad Ilyas, Berita Publishing, Kuala Lumpur.

La date de Pâques, 1975, Jacques Lévy, extrait de l'Annuaire du Bureau des longitudes pour l'an 1975, Gauthier-Villars, Paris.

Étude sur la date de Pâques, 1946, J.- M. Oudin, Bulletin astronomique, XII, Paris.

Le calendrier, 1946, Paul Couderc, Que-sais-je ?, PUF, Paris.

Manuel de Diplomatique,1894, Arthur Giry, Paris.

Hémérologie, 1868, Ulysse Bouchet, Paris.

Encadré sur la décomposition en fractions continues.

Soir R un nombre réel. Ce nombre réel peut être décomposé sous la forme d'une fraction continue de la forme suivante :

$$R = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cfrac{1}{a_4 + \cfrac{1}{a_5 + \cdots}}}}}$$

Les coefficients a_0, a_1, a_2, a_3 … s'obtiennent très simplement, on prend successivement la partie entière du nombre, puis l'inverse de la partie fractionnaire, puis de nouveau la partie entière de cet inverse, puis inverse de la partie fractionnaire etc….

Ainsi pour $\pi = 3{,}14159265358979$ ou obtient : $a_0 = 3$, $a_1 = 7$, $a_2 = 15$, $a_3 = 1$, $a_4 = 292$.

La notation $R = (a_0 ; a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ s'appelle réduite d'ordre 5.

Il existe une formule de récurrence d'ordre deux qui permet de calculer les approximations successives p_i/q_i du réel R sous la forme de fraction entière.

$$\begin{aligned} p_0 &= a_0 \\ q_0 &= 1 \\ p_1 &= a_0 a_1 + 1 \\ q_1 &= a_1 \\ \frac{p_{i+1}}{q_{i+1}} &= \frac{a_{i+1} p_i + p_{i-1}}{a_{i+1} q_i + q_{i-1}} \end{aligned}$$

Pour π on trouve les approximations successives suivantes :

$$\begin{aligned} \pi &= 3 \\ \pi &= \frac{22}{7} \\ \pi &= \frac{333}{106} \\ \pi &= \frac{355}{113} \\ \pi &= \frac{103993}{33102} \end{aligned}$$

Ces formules de récurrence permettant ce calcul furent découvertes par le mathématicien Indien Bhascara II au début du XIII^{e} siècle, soit cinq siècles avant que le mathématicien Anglais John Wallis ne les redécouvre en Europe.